

DIVISIBILIDAD

$$\begin{array}{r} \text{Dividendo} \quad | \quad \text{divisor} \\ \hline \text{resto} \quad \quad \text{cociente} \end{array} \quad \begin{array}{r} p \quad | \quad q \\ \hline 0 \quad c \end{array}$$

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$$

$$p = q \cdot c$$

Un número p es **divisible** entre un número q cuando la división de p entre q es exacta (es decir, el resto de la división es cero).

Del mismo modo, un número p es **múltiplo** de otro número q cuando es el resultado de multiplicar q por otro número c .

También decimos:

- que q es **divisor** de p
- y que p es **múltiplo** de q

ejemplo: 15 es divisible entre 5 ya que: $15 \overline{) 15}$
5 es divisor de 15 ; 15 es múltiplo de 5 $0 \quad 3$

PROPIEDADES

- El 0 es múltiplo de todos los números
- El 1 es divisor de todos los números
- Todo divisor de un número distinto de 0 es menor o igual a él
- La suma de varios múltiplos de un número es otro múltiplo de dicho número.
- La diferencia de dos múltiplos de un número es otro múltiplo de dicho número.
- Si un número es múltiplo de otro, y éste lo es de un tercero, el primero es múltiplo del tercero.
- Si un número es múltiplo de otro, todos los múltiplos del primero lo son también del segundo.
- Si un número es múltiplo de otro, sus potencias también lo son.
- Un número que tiene *más de dos* divisores se llama **número compuesto**
- Un número que solo tiene como divisores el 1 y él mismo se llama **número primo**
- Los números divisibles por 2 se denominan **pares** y los que no lo son se llaman **impares**.
- Todo número es divisible por 1 y por él mismo.
- Todo número es múltiplo y divisor de sí mismo
- Todo número distinto de cero tiene infinitos múltiplos
- Todo número distinto de cero tiene una cantidad limitada de divisores

Cálculo de los divisores de un número N

$$N = a^p \cdot b^q \rightarrow (p+1)(q+1) = n^\circ \text{ de divisores}$$

ejemplo: el número $2000 = 2^4 \cdot 5^3$

$$n^\circ \text{ de divisores} = (4+1)(3+1) = 20$$

| | | | | |
|-----|-----|-----|------|------|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |
| 5 | 10 | 20 | 40 | 80 |
| 25 | 50 | 100 | 200 | 400 |
| 125 | 250 | 500 | 1000 | 2000 |

Números Primos

Un número primo sólo tiene dos divisores: él mismo y la unidad. El número 1 sólo tiene un divisor, por tanto no es primo. Luego un número primo no se puede descomponer en factores.

Para averiguar si un número es primo, se divide ordenadamente por todos los números primos menores que él. Si no obtenemos ninguna división exacta hasta llegar a un cociente menor o igual al divisor, se dice que el número es primo.

Criba de Eratóstenes

Es un algoritmo que permite hallar todos los números primos menores que un número natural dado N .

PROCEDIMIENTO

1. Se forma una tabla con todos los números comprendidos entre 2 y N
2. Se van tachando los múltiplos de los números primos que vamos encontrando excepto éstos.
3. El proceso termina cuando el cuadrado del mayor número primo encontrado es mayor a N
4. Los números que quedan sin tachar son primos

Ejemplo: lista de números primos menores que 100

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Podemos observar que todos los números primos, excepto el 2, son impares.

Algunos criterios de divisibilidad

| Son divisibles por ... | Regla de divisibilidad | Ejemplos |
|------------------------|--|---------------------------|
| 2 | Los números que terminan en 0 o cifra par | 30, 108, 406, 6384,... |
| 3 | Los números cuyas cifras suman 3 o múltiplo de 3 (al sumar podemos descartar las cifras 0, 3, 6 y 9) | 12, 213, 111, 39, 123,... |
| 4 | Los números cuyas dos últimas cifras son 0 o múltiplo de 4 | 112, 516, 300, 720,... |
| 5 | Los números terminados en 0 ó 5 | 10, 75, 105, 4280,... |
| 6 | Los números divisibles por 2 y por 3 | 162, 216, 774, 654,... |
| 7 | Cuando al separar la cifra de las unidades, multiplicarla por 2 y restarla de las cifras restantes la diferencia es igual a 0 o es un múltiplo de 7. | 28, 350, 476, 952,... |
| 8 | Los números cuyas tres últimas cifras son 0 o múltiplo de 8 | 1520, 2392, 2000,... |
| 9 | Los números cuyas cifras suman 9 o múltiplo de 9 (al sumar podemos descartar las cifras 0 y 9) | 72, 252, 1233, 32931,... |
| 10 | Los números terminados en 0 | 10, 20, 30, 150, 280,... |
| 11 | Cuando la suma de las cifras de lugar par, menos la suma de las cifras de lugar impar (o viceversa) es 0 o múltiplo de 11 | 44, 77, 121, 264, 451,... |
| 12 | Los números divisibles por 3 y por 4 | 84, 132, 624, 1536,... |
| 13 | Cuando al separar la cifra de las unidades, multiplicarla por 9 y restarla de las cifras restantes la diferencia es igual a 0 o es un múltiplo de 13 | 26, 52, 65, 351, 962,... |
| 14 | Los números divisibles por 2 y por 7 | 42, 112, 168, 504,... |
| 15 | Los números divisibles por 3 y por 5 | 90, 150, 540, 2535,... |
| 17 | Cuando al separar la cifra de las unidades, multiplicarla por 5 y restarla de las cifras restantes la diferencia es igual a 0 o es un múltiplo de 17 | 85, 153, 952, 2040,... |
| 18 | Los números divisibles por 2 y por 9 | 72, 108, 450, 900,... |
| 25 | Los números cuyas dos últimas cifras son 0 o múltiplo de 25 | 100, 250, 375, 500,... |
| 100 | Los números cuyas dos últimas cifras son 0 | 100, 200, 56200,... |